ESTUDIO DE FUNCIONES

PROPIEDADES	CARACTERIZACIÓN	OBSERVACIONES
Dominio	$Dom\, f = \left\{ x \in R \,/\, f(x) \in R \right\}$ Cuando no se indique lo contrario explícitamente el dominio de la función será el máximo posible.	f (x)=P(x)------------ Dom f(x)= R f(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$------ Dom f(x)= R-{x:Q(x)=0} g(x)= $\sqrt[2n]{g(x)}$ ------Dom f(x)= R – {x:g(x)<0} $f(x) = P(x) \Rightarrow Dom f = R$ $f(x) = P(x)/Q(x) \Rightarrow Dom f = R - \{ x : Q(x) = 0 \}$ $f(x) = \sqrt[2n]{g(x)} \Rightarrow Dom f = R - \{ x : g(x) \geq 0 \}$ $f(x) = \lg_{a} g(x) \Rightarrow Dom f = R - \{ x : g(x) > 0 \}$ $\left. \begin{array}{l} f(x) = \mathrm{sen}(g(x)) \\ f(x) = \cos(g(x)) \end{array} \right\} \Rightarrow Dom f = Dom g$
Recorrido	$Im\, f = \left\{ k \in R \,/\, [f(x) = k] \in Dom\, f \right\}$	
Discontinuidades	$\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$	Posibles puntos de discontinuidad los que no pertenecen al dominio
Puntos de Corte	$OY: \ f(0) = y$ $OX: \ f(x) = 0$	EJE Y (x=0) EJE X (y=0)
Asíntotas	$A.V.: \ x = u \quad \Rightarrow \lim_{x \to u} f(x) = \pm\infty \ , \ u = a, a^+, a^-$ $A.H.: \ y = k \quad \Rightarrow \lim_{x \to \pm\infty} f(x) = k$ $A.O.: \ y = mx + b \Rightarrow \left\vert \begin{array}{l} m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \\ b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx] \end{array} \right.$ $R.P.: \left\vert \begin{array}{l} \text{En la direccion de } OY \Rightarrow m = \pm\infty \\ \text{En la direccion de } OX \Rightarrow m = 0 \\ \text{En la direccion de } A.O. \Rightarrow m \neq 0 \text{ y } b = \pm\infty \end{array} \right.$	Una función puede tener como máximo dos A.H., y la gráfica puede cortar a la asíntota. Una función puede tener infinitas A.V. y la gráfica nunca corta a la asíntota. Las funciones enteras no presentan asíntotas. Las funciones racionales tienen asíntotas verticales en los valores de x que anulan el denominador.
Monotonía	Intervalos de Crecimiento : $f' > 0$ Intervalos de Decrecimiento : $f' < 0$	Localizar los valores de x en los que $f'(x)=0$ o la $f'(x)$ no está definida. Estos valores determinan unos intervalos prueba donde mirar el signo de $f'(x)$.
Extremos Relativos	$f'(a) = 0 \ y \ f''(a) < 0 \Rightarrow Maximo \text{ en } (a, f(a))$ $f'(a) = 0 \ y \ f''(a) > 0 \Rightarrow Minimo \text{ en } (a, f(a))$	Otros criterios para localizar los extr. son: Cambio de signo de la $f'(x)$ Teorema de Taylor
Curvatura	Intervalos de Concavidad : $f'' > 0$ Intervalos de Convexidad : $f'' < 0$	Localizar los valores de x en los que $f''(x)=0$ o la $f''(x)$ no está definida. Estos valores determinan unos intervalos prueba donde mirar el signo de $f''(x)$.
Puntos de Inflexión	$f''(a) = 0 \ y \ f'''(a) \neq 0 \Rightarrow$ $Punto \ de \ Inflexion \text{ en } (a, f(a))$	Otros criterios para localizar los p.inflex. son: • Cambio de signo de la $f''(x)$ • Teorema de Taylor
Tabla de valores	Construir una tabla de valores con los puntos característicos ya calculados más otros convenientemente elegidos y así facilitar su representación gráfica.	La situación de la gráfica con relación a las asíntotas es importante para la representación gráfica.
Gráfica	La gráfica de la función f es el lugar geométrico de los puntos del plano cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $y = f(x)$	Dividir los ejes convenientemente para representar todas las características de f.

Definición de derivada:

$$\log_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Ecuación de la recta tangente: $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Una función es derivable en un punto si es derivable por la izquierda y por la derecha y las derivadas laterales coinciden.